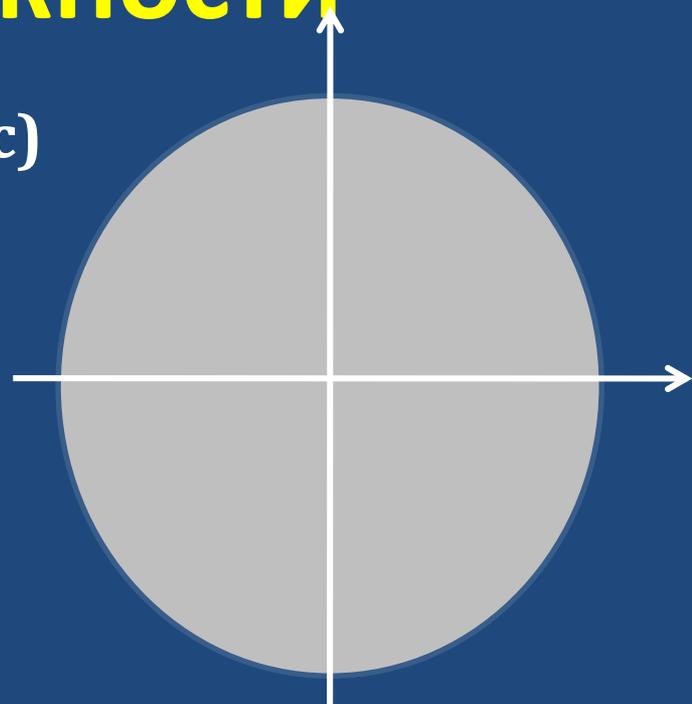


ГБОУ Гимназия № 498 Невского района

Решение уравнений с помощью единичной окружности

(алгебра, 10 класс)



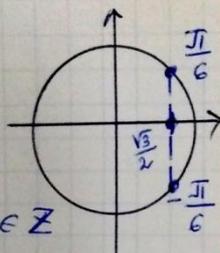
Санкт-Петербург

*Проверяем домашнее
задание*

$$1) \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

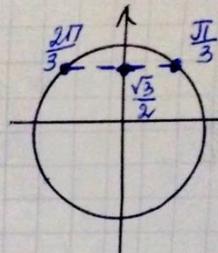
$$x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



$$6) \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k,$$

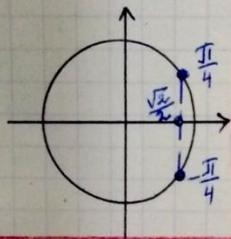
$$x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



$$2) \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k,$$

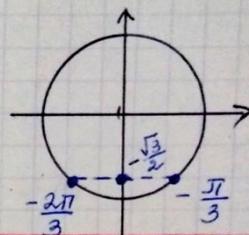
$$x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



$$7) \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k,$$

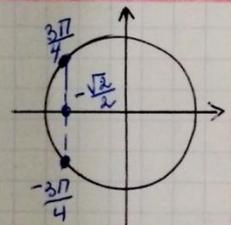
$$x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



$$3) \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k,$$

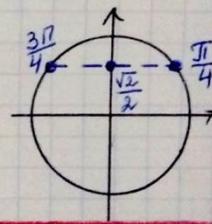
$$x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



$$8) \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k,$$

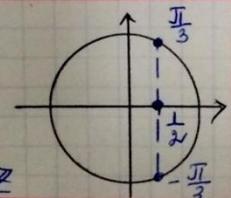
$$x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



$$4) \cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k,$$

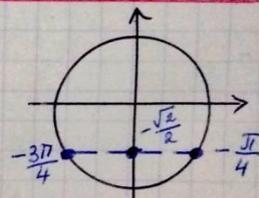
$$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



$$9) \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k,$$

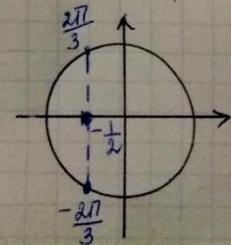
$$x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



$$5) \cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k,$$

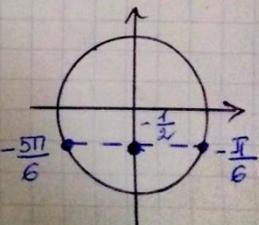
$$x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



$$10) \sin x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k,$$

$$x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



11) $\cos x = 1,5$.

$1,5 > 1$. Следовательно уравнение не имеет корней.

12) $\sin x = -3$.

$-3 < -1$. Следовательно уравнение не имеет корней.

Выполняем устно

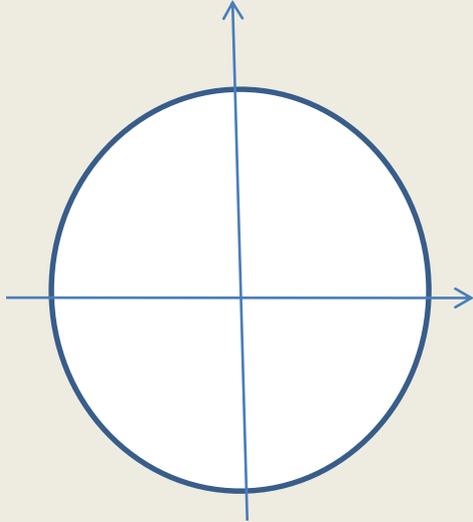
Задание 1. Установите соответствие между уравнениями и их корнями:

- 1) $\cos x = 0$
 - 2) $\sin x = -1$
 - 3) $\sin x = 1$
 - 4) $\cos x = 1$
- a) $\frac{3\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
 - b) $2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.
 - c) $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.
 - d) $\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
 - e) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

Проверяем

Задание 1. Установите соответствие между уравнениями и их корнями:

- 1) $\cos x = 0$
 - 2) $\sin x = -1$
 - 3) $\sin x = 1$
 - 4) $\cos x = 1$
- a) $\frac{3\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
 - b) $2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.
 - c) $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.
 - d) $\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
 - e) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.
-



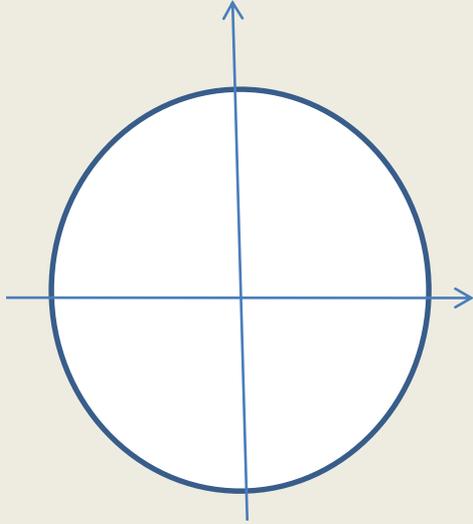
Задание 2. Исправьте ошибку:

1) $\cos x = -1;$ $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$

2) $\sin x = 0;$ $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$

3) $\cos x = 1;$ $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$

Проверяем



Задание 2. Исправьте ошибку:

1) $\cos x = -1;$

~~$x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$~~

$x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$

2) $\sin x = 0;$

~~$x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$~~

$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}.$

3) $\cos x = 1;$

$x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$

верно

*Повторяем
основные формулы*

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$$

$$2\cos^2 x - 1 = \cos 2x$$

$$1 - 2\sin^2 x = \cos 2x$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$1 - \sin^2 x = \cos^2 x$$

*Решаем
более сложные
уравнения*

Решите уравнения:

1) $\sin \frac{x}{2} = \cos^2 x + \sin^2 x$

2) $\frac{1}{2} + \cos 3x = 0$

3) $\sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right)$

4) $\cos x + \sin 2x = 0$

Проверяем

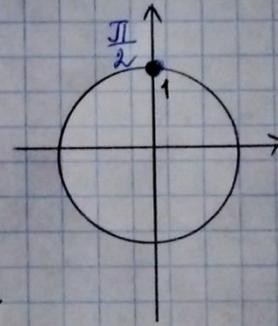
$$1) \sin \frac{x}{2} = \cos^2 x + \sin^2 x$$

1 → основные триг. тождество

$$\sin \frac{x}{2} = 1$$

$$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \quad | \cdot 2$$

$$x = \pi + 4\pi k. \text{ Ответ. } \pi + 4\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



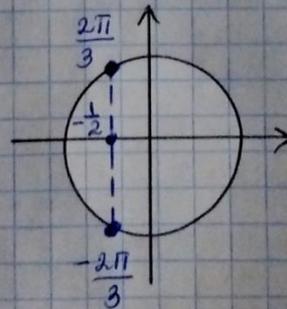
$$2) \frac{1}{2} + \cos 3x = 0$$

$$\cos 3x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$$

$$x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k.$$

$$\text{Ответ. } \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



В решении уравнения 2) найдите ошибку и запишите правильное решение в ДЗ.

$$3) \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$$

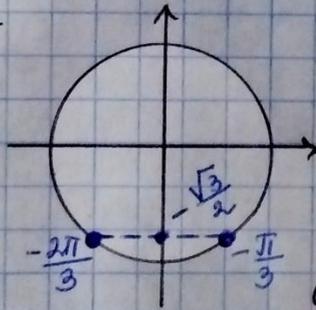
$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\sin\frac{\pi}{3}$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a) x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

u.u

$$b) x + \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$$



$$a) x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$$

$$b) x + \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$$

$$x = -\frac{3\pi}{3} + 2\pi k; x = -\pi + 2\pi k$$

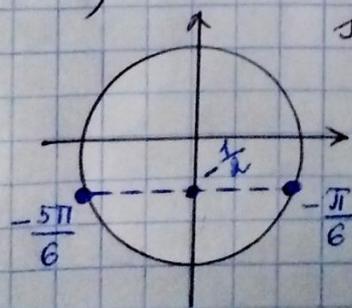
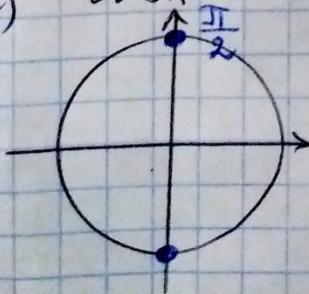
Omkem. $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; -\pi + 2\pi k,$
 $k \in \mathbb{Z}$

$$4) \cos x + \sin 2x = 0$$

$$\cos x + 2\sin x \cos x = 0$$

$$\cos x (1 + 2\sin x) = 0$$

$$a) \cos x = 0 \text{ u.u } b) 1 + 2\sin x = 0; \sin x = -\frac{1}{2}$$



$$a) x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$b) x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

$$x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k.$$

Omkem. $\frac{\pi}{2} + \pi k,$

$-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k,$
 $k \in \mathbb{Z}$

Домашнее задание

I. Решите уравнения.

1) $\cos 2x - \sin^2 x = \cos^2 x$

2) $-\frac{1}{2} + \sin \frac{x}{4} = 0$

3) $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) - x = \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

4) $\cos 2x + \sin^2 x = 1$

5) $\cos 3x \cos 5x - \sin 5x \sin 3x = -1$

(Указание. Повторите формулы сложения)

II. В решении уравнения 2)
(см. презентацию) найдите ошибку и
запишите правильное решение.