**Ответы**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| **1** | **8** |
| **2** | **3** |
| **3** | **0,8** |
| **4** | **0,8836** |
| **5** | **87** |
| **6** | **3** |
| **7** | **7** |
| **8** | **12** |
| **9** | **12** |
| **10** | **50** |
| **11** | **100** |
| **12** | **50** |
| **13** | А)  б) |
| **14** | https://ege.sdamgia.ru/formula/72/7289fd2350f6f2a2f82db128ec0e3212p.png |
| **15** | https://ege.sdamgia.ru/formula/b6/b6f4fbc1ad6b235019092edbc0eecfb7p.png |
| **16** | **3:1** |
| **17** | **12,5** |
| **18** | (0; 1) при https://ege.sdamgia.ru/formula/2a/2a1b71b785c0cb14bb665bfef5a37b68p.png |
| **19** | а) да; б) да; в) 9. |

**Решения**

**1. Задание 1**

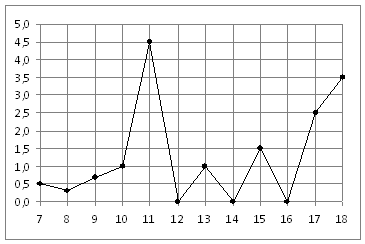
Поезд от­пра­вил­ся из Санкт-Петербурга в 23 часа 50 минут и при­был в Моск­ву в 7 часов 50 минут сле­ду­ю­щих суток. Сколь­ко часов поезд на­хо­дил­ся в пути?

**Решение.**

Поезд находился в пути 10 минут до полуночи и еще 7 часов 50 минут после полуночи. Всего 8 часов..

**2. Задание 2**

На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней за данный период не выпадало осадков.

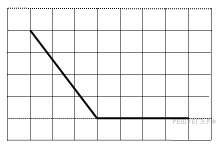


**Решение.**

Из графика видно, что 3 дня из данного периода не выпадало осадков (см. рисунок).

 Ответ: 3.

**3. Задание 3**

На клет­ча­той бу­ма­ге с раз­ме­ром клет­ки 1х1 изоб­ра­жен угол. Най­ди­те синус этого угла

**Решение.**

Достроим угол до прямоугольного треугольника. Длина противолежащего углу катета равна 4, длина гипотенузы 5. Синус угла равен отношению противолежащего катета к гипотенузе, поэтому он равен 4/5.

**Задание 4**

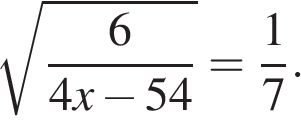
Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

**Решение.**

Вероятность того, что батарейка исправна, равна 0,94. Вероятность произведения независимых событий (обе батарейки окажутся исправными) равна произведению вероятностей этих событий: 0,94·0,94 = 0,8836.

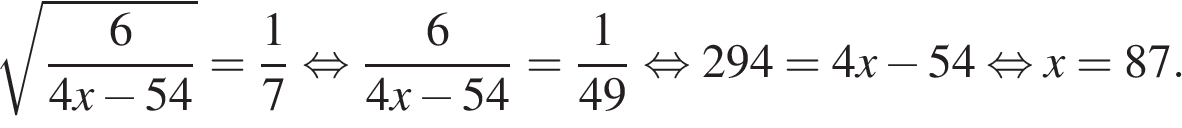
 Ответ: 0,8836.

**5. Задание 5**

Найдите корень уравнения 

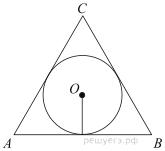
**Решение.**

Возведем в квадрат:

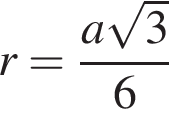


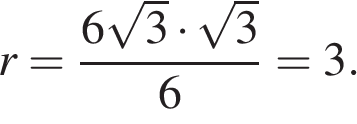
Ответ: 87.

**6. Задание 6**

Сторона правильного треугольника равна Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

**Решение.**

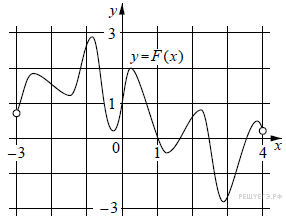
Известно, что , где *a* — сторона правильного треугольника. Поэтому



Ответ: 3.

**7. Задание 7**

На рисунке изображён график функции *y = F*(*x*) — одной из первообразных функции *f*(*x*), определённой на интервале (−3; 4). Найдите количество решений уравнения *f*(*x*) = 0 на отрезке [−2; 3].



**Решение.**

По определению первообразной на интервале (−3; 4) справедливо равенство

https://ege.sdamgia.ru/formula/67/67735eba7c405031560fa1b858993a29p.png

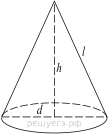
Следовательно, решениями уравнения *f*(*x*)=0 являются точки экстремумов изображенной на рисунке функции *F*(*x*). Из них на отрезке [−2;3] лежат 7 точек. Таким образом, на отрезке [−2;3] уравнение https://ege.sdamgia.ru/formula/fd/fd05d8d90456c441c8f10641bd8576bcp.pngимеет 7 решений.

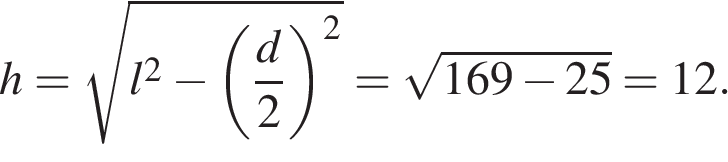
Ответ:7.

**8. Задание 8**

Диаметр основания конуса равен 10, а длина образующей равна 13. Найдите высоту конуса.

**Решение.**

Рассмотрим осевое сечение конуса. По теореме Пифагора



Ответ: 12.

**9. Задание 9**

Найдите значение выражения https://ege.sdamgia.ru/formula/f7/f73a0c18bff70f47ef720889c5f13c0bp.pngесли https://ege.sdamgia.ru/formula/c8/c839e49c95003e40ae41d321cb4b281ep.png

**Решение.**

Подставляя аргументы в формулу, задающую функцию, получаем:

https://ege.sdamgia.ru/formula/69/69014b7db2e675aeea16cdd6aed340e0p.png

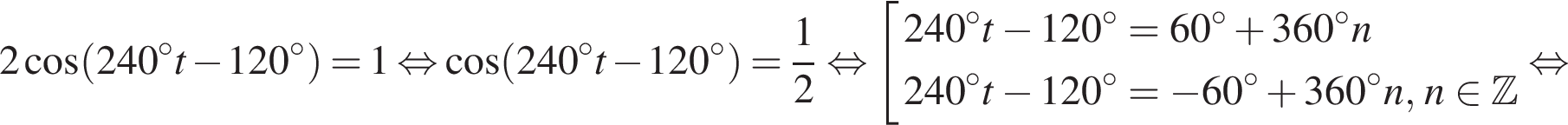
Ответ: 12.

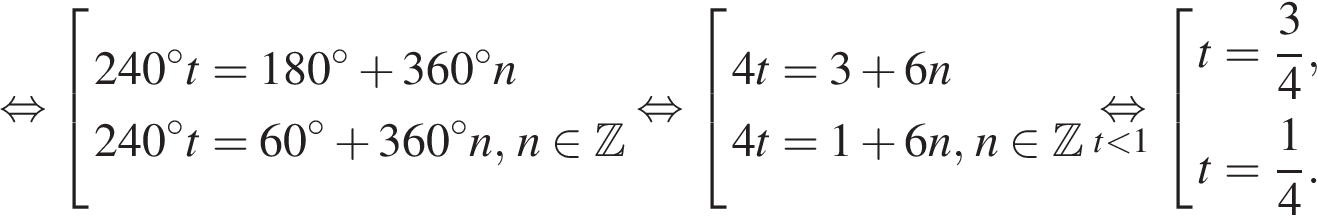
**10. Задание 10**

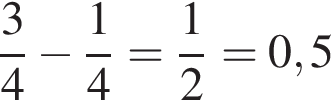
Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону https://ege.sdamgia.ru/formula/a9/a91d74de9f0ad322bad5e72aa21d5e5ap.png, где https://ege.sdamgia.ru/formula/e3/e358efa489f58062f10dd7316b65649ep.png — время в секундах, амплитуда https://ege.sdamgia.ru/formula/d3/d32f994d02b97d27ef3fd4f0541db43ep.png В, частота https://ege.sdamgia.ru/formula/65/65ef01ee63559a5dcb57d6cf2553b471p.png/с, фаза https://ege.sdamgia.ru/formula/5b/5b4bcec2c3103288ce05f040db44fd04p.pngДатчик настроен так, что если напряжение в нeм не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

**Решение.**

Задача сводится к решению уравнения https://ege.sdamgia.ru/formula/9b/9b81202e84a653659ec15ef815220885p.pngпри заданных значениях амплитуды сигнала, частоты и фазы:





На протяжении первой секунды лампочка будет гореть с, то есть 50% времени.

Ответ: 50.

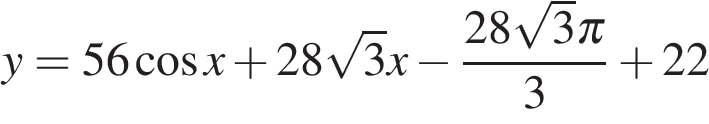
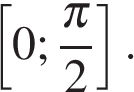
**Задание 11 №**

Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

**Решение.**

Ответ: 100.

**12. Задание 12**

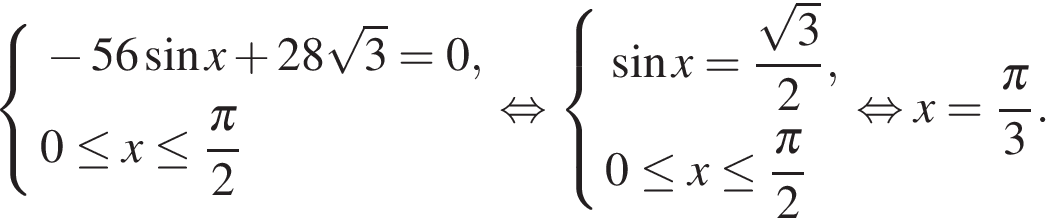
Найдите наибольшее значение функции на отрезке 

**Решение.**

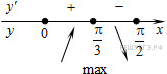
Найдем производную заданной функции:

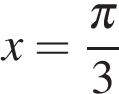


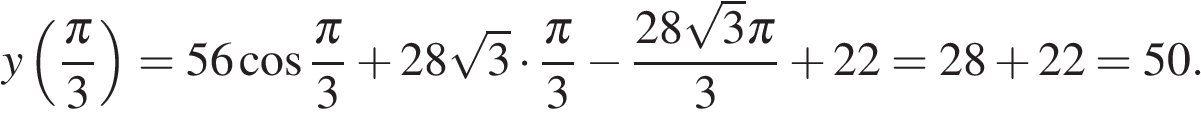
Найдем нули производной на заданном отрезке:



Определим знаки производной функции на заданном отрезке и изобразим на рисунке поведение функции:



В точке заданная функция имеет максимум, являющийся ее наибольшим значением на заданном отрезке. Найдем это наибольшее значение:



Ответ: 50.

**Задание 13**

а) Решите уравнение 

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

**Решение.**

Ответ: а) б) 

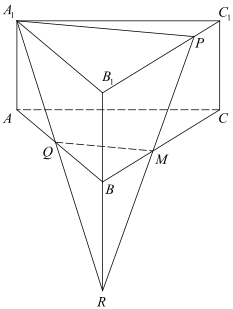
**14. Задание 14**

В правильной треугольной призме *ABCA*1*B*1*C*1 сторона *AB* основания равна 12, а высота призмы равна 2. На рёбрах *B*1*C*1 и *AB* отмечены точки *P* и *Q* соответственно, причём *PC*1 = 3, а *AQ* = 4. Плоскость *A*1*PQ* пересекает ребро *BC* в точке *M*.

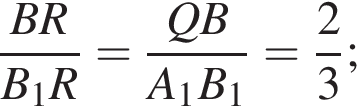
а) Докажите, что точка *M* является серединой ребра *BC*.

б) Найдите расстояние от точки *B* до плоскости *A*1*PQ*.

**Решение.**

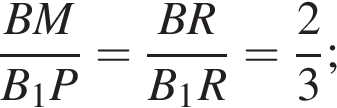
а) Пусть прямые *A*1*Q* и *BB*1 пересекаются в точке *R* (см. рисунок). Тогда точка *M* — точка пересечения прямых *PR* и *BC*.

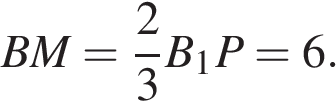
Треугольники *A*1*B*1*R* и *QBR* подобны, откуда



https://ege.sdamgia.ru/formula/e1/e1e500524db0383ca8fead650f1b8baap.png

Треугольники *PB*1*R* и *MBR* подобны, откуда

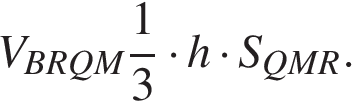


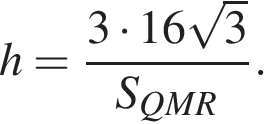


Значит, *M* — середина *BC*.

б) Расстояние от точки *B* до плоскости *A*1*PQ* равно высоте *h* пирамиды *BRQM*, опущенной из вершины *B*. Значит, с одной стороны, объём пирамиды *BRQM*

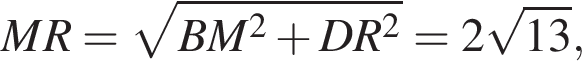


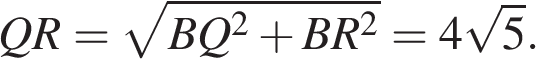
C другой стороны, Таким образом,



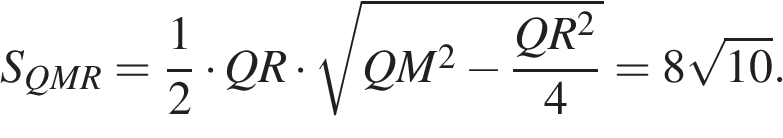
Найдем стороны треугольника *QMR*:

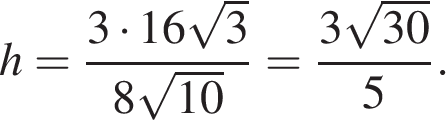


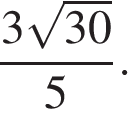




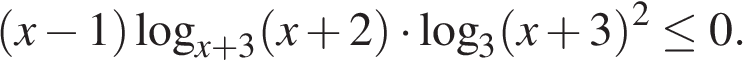
Площадь равнобедренного треугольника *QMR* равна



Следовательно, 

Ответ: 

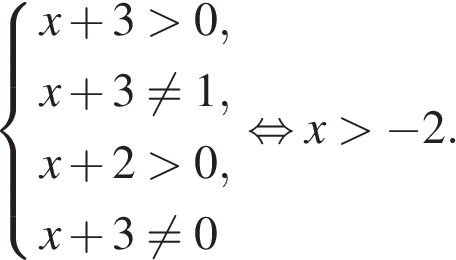
**15. Задание 15**

Решите неравенство: 

**Решение.**

Решим неравенство методом интервалов.

Найдём ОДЗ неравенства:



Найдем корни:

Из первого множителя https://ege.sdamgia.ru/formula/a2/a255512f9d61a6777bd5a304235bd26dp.png, из второго − https://ege.sdamgia.ru/formula/d3/d3289a96da4c1cf6ce57b2b76b80b965p.png, третий не дает корней.

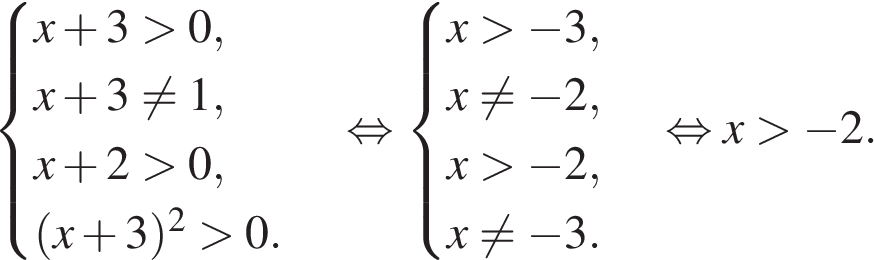
Определим знаки левой части на ОДЗ (см. рис.):

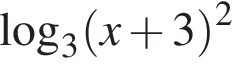
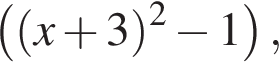
https://math-ege.sdamgia.ru/get_file?id=13862&png=1

Тем самым, множество решений неравенства: https://ege.sdamgia.ru/formula/b6/b6f4fbc1ad6b235019092edbc0eecfb7p.png

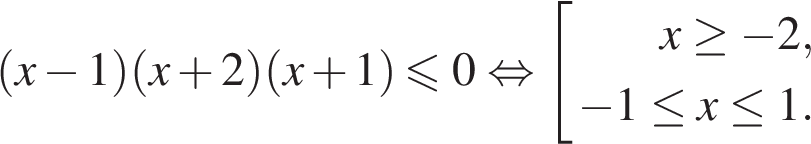
**Приведём другое решение.**

Найдем сначала область определения неравенства:

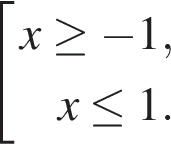


Далее заметим, что на области определения знак множителя https://ege.sdamgia.ru/formula/97/977ed950b52caf1c0c2a3ed8b5831698p.pngсовпадает со знаком выражения https://ege.sdamgia.ru/formula/82/82c84600b3d00efbc5000b7d4a765ff4p.pngЗнак множителя совпадает со знаком выражения которое на области определения неравенства всегда положительно.

Таким образом, на области определения исходное неравенство равносильно неравенству



Учитывая область определения, получим



Ответ: https://ege.sdamgia.ru/formula/b6/b6f4fbc1ad6b235019092edbc0eecfb7p.png

**Задание 16**

В треугольнике *АВС* проведена биссектриса *АМ*. Прямая, проходящая через вершину *В* перпендикулярно *АМ*, пересекает сторону *АС* в точке *N*. *АВ* = 6; *ВС* = 5; *АС* = 9.

а) докажите, что биссектриса угла *С* делит отрезок *МN* пополам

б) пусть *Р* — точка пересечения биссектрис треугольника *АВС*. Найдите отношение *АР* : *РN*.

**Решение.**

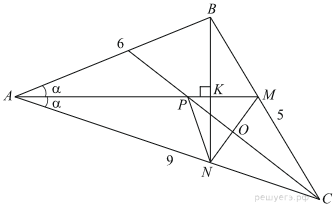
а) Обозначим за *K* точку пересечения отрезков *AM* и *BN*. Треугольник *ABN* равнобедренный, так как в нем *AK* является биссектрисой и высотой. Следовательно, *AK* является и медианой, то есть *K* — середина *BN*. Получаем, что *AN = AB =* 6, откуда *NC = AC − AN* = 3.

Рассмотрим треугольник *ABC*, биссектриса делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам: *BM* : *MC* = *AB* : *AC*, учитывая, что длина *BC* равна 5, получаем: *BM* = 2; *MC* = 3.

В треугольнике *MNC* стороны *NC* и *MC* равны, следовательно, треугольник *MNC* — равнобедренный, с основанием *MN*. Значит, биссектриса угла *C* также является медианой и высотой. Таким образом, получаем, что биссектриса угла *С* делит отрезок *MN* пополам.

б) Рассмотрим треугольник *PMN*: отрезок *PO* перпендикулярен прямой *MN* и делит её пополам, следовательно, треугольник *PMN* — равнобедренный с основанием *MN*. Значит, *PM* = *PN* и отношение *AP* : *PN* = *AP* : *PM*.

В треугольнике *AMC* *CP* — биссектриса, поэтому *AP* : *PM* = *AC* : *MC* = 3 : 1.



Ответ: 3 : 1.

**17. Задание 17**

31 декабря 2014 года Олег взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на *а*%), затем Олег переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 328 050 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 587 250 рублей, то за 2 года. Найдите *а*.

**Решение.**

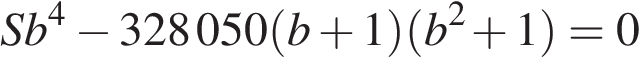
Пусть Олег взял *S* рублей, 1 + 0,01*a* = *b*, тогда за 4 года он выплатит:

1-й год https://ege.sdamgia.ru/formula/41/41357f4e46d83aa3f561b7f915a12617p.png

2-й год 

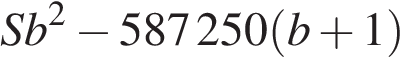
3-й год 

4-й год 

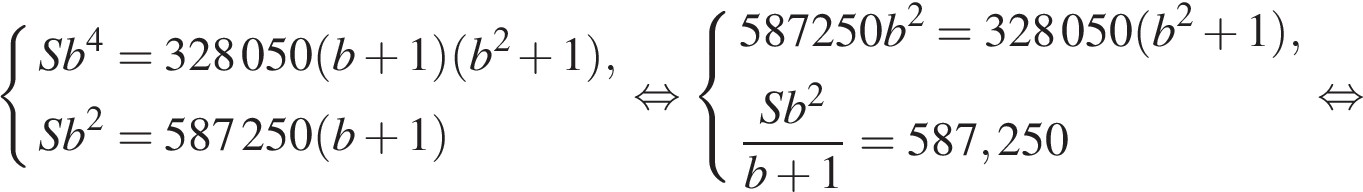
Значит, 

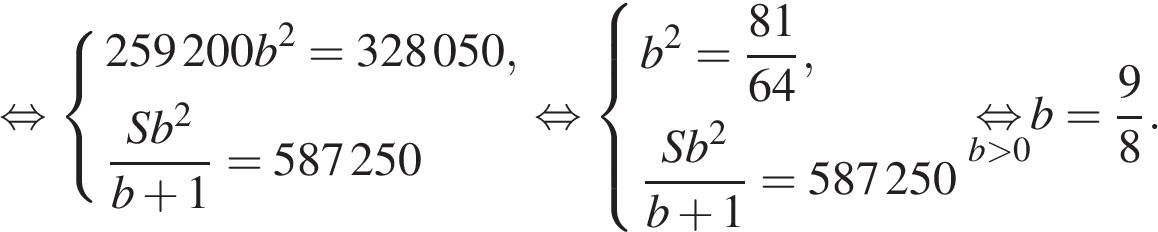
За 2 года получим:

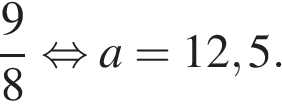
1-й год https://ege.sdamgia.ru/formula/dd/dd51668519e20eec6fdd3cfabace2652p.png

2-й год 

Решим систему уравнений:



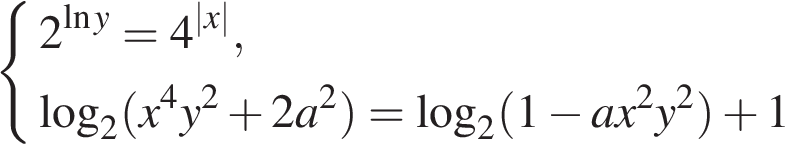


Значит, 1 + 0,01*a* = 

Ответ: 12,5.

**18. Задание 18**

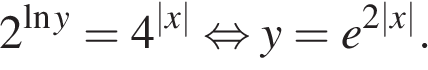
Известно, что значение параметра *а* таково, что система уравнений



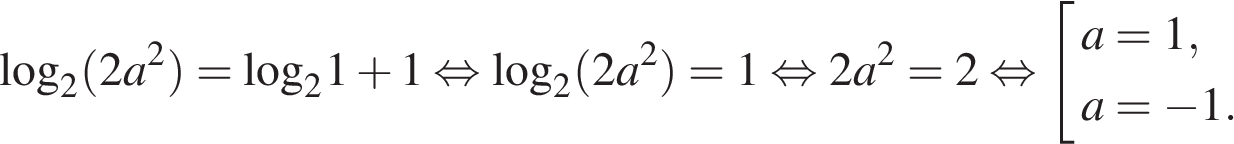
имеет единственное решение. Найдите это значение параметра *a* и решите систему при найденном значении параметра.

**Решение.**

Из первого уравнения системы получаем

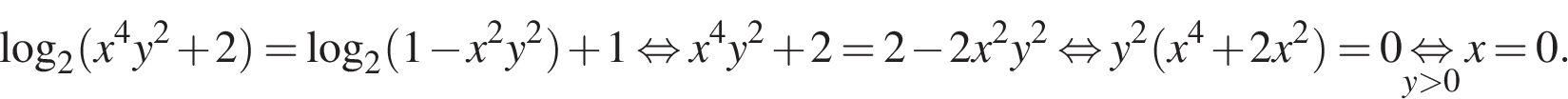


Заметим, что если пара https://ege.sdamgia.ru/formula/a2/a2186702fd6a70070c9bcc8021454d90p.png — решение системы, то пара https://ege.sdamgia.ru/formula/e2/e25870b46bfe422315b442357ed29784p.png — также решение этой системы. Поскольку система имеет единственное решение, то этим решением может быть только пара https://ege.sdamgia.ru/formula/a3/a33f453eb132392bbfd3ebd7aa1ae186p.pngТаким образом, https://ege.sdamgia.ru/formula/e1/e11729b0b65ecade3fc272548a3883fcp.pngи из второго уравнения получаем:

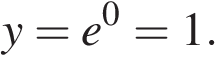


Проверим, действительно ли система при найденных значениях a имеет единственное решение.

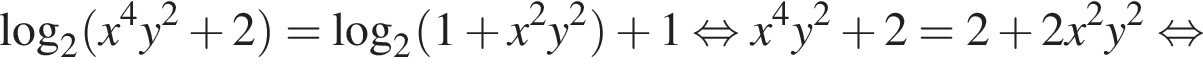
1. Если https://ege.sdamgia.ru/formula/38/3872c9ae3f427af0be0ead09d07ae2cfp.png, то система действительно имеет единственное решение:

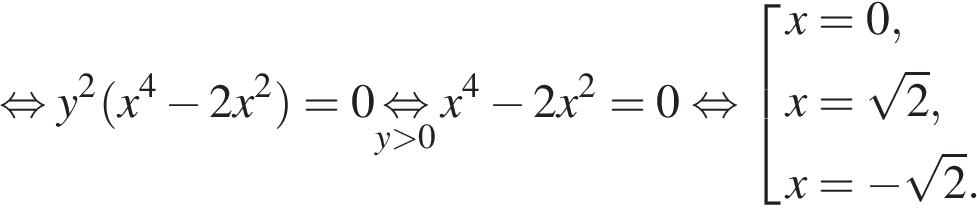


Тогда

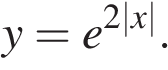


2. Если https://ege.sdamgia.ru/formula/f8/f836be878c290d77b060bdcaf6b3e25dp.png, то система имеет три решения:





Каждому из найденных значений *x* соответствует единственное значение



Ответ: система имеет единственное решение https://ege.sdamgia.ru/formula/20/20346ea8965adb95d60bbe05408bdf35p.pngпри https://ege.sdamgia.ru/formula/2a/2a1b71b785c0cb14bb665bfef5a37b68p.png

**19. Задание 19**

Дано двухзначенное натуральное число (число не может начинаться с нуля), не кратное 10.

а) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 9?

б) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 8?

в) Какое наибольшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр?

**Решение.**

Пусть данное число равно https://ege.sdamgia.ru/formula/92/926c004a0a7b96abe3a3050dde859ac1p.pngгде https://ege.sdamgia.ru/formula/39/390824aa51346930fb8cc8bb246a0f99p.png— цифры десятков и единиц соответственно. Если частное этого числа и суммы его цифр равно https://ege.sdamgia.ru/formula/9a/9a2e3983721474f18eaedbc0594dfa18p.pngто выполнено https://ege.sdamgia.ru/formula/52/52ecc9db781a705edd8a2344872bd660p.png

а) Если частное равно https://ege.sdamgia.ru/formula/e0/e0b753645d8b7d7e698793c0767e9b34p.pngто https://ege.sdamgia.ru/formula/a5/a527dc7f39a56b6d702af39a1386d798p.pnghttps://ege.sdamgia.ru/formula/0c/0cea287f8d3dff3206c2177074237e09p.pngчто верно, например, при https://ege.sdamgia.ru/formula/a2/a21edb80c435e694b3cbc7ac721ce3f8p.pngчастное числа https://ege.sdamgia.ru/formula/43/43ec517d68b6edd3015b3edc9a11367bp.pngи суммы его цифр равно https://ege.sdamgia.ru/formula/d3/d39aeb060e81b0fc04267ae08255938ap.png

б) Если частное равно https://ege.sdamgia.ru/formula/f7/f7fa305fb046fd1dea467d0e82fc53f5p.pngто https://ege.sdamgia.ru/formula/f3/f3d309df5a407f2932f525fb9d21140bp.pngПолучаем: https://ege.sdamgia.ru/formula/f0/f03623a37558a99f282d04fa0996667bp.pngчто верно, например, при https://ege.sdamgia.ru/formula/9c/9cb99f972769497d616bad63802b492dp.pngчастное числа https://ege.sdamgia.ru/formula/32/32bb90e8976aab5298d5da10fe66f21dp.pngи суммы его цифр равно https://ege.sdamgia.ru/formula/25/25419da0c8dabdf8e3437f3cbbd94fd6p.png

в) Пусть https://ege.sdamgia.ru/formula/8c/8ce4b16b22b58894aa86c421e8759df3p.png— наибольшее натуральное значение частного числа, не кратного https://ege.sdamgia.ru/formula/9c/9c6fcaac30192b0caed34f308abd6a91p.pngи суммы его цифр. Тогда

https://ege.sdamgia.ru/formula/24/2436f583e8a8286dfaa86c9634d84116p.png

Учитывая, что https://ege.sdamgia.ru/formula/80/801fbce6dade0892f44e692722188c8bp.pngполучаем:

https://ege.sdamgia.ru/formula/df/df794bd7784c9e27bdc28d17cd3098bap.png

откуда https://ege.sdamgia.ru/formula/94/944330ae2ea1625588f15499ab64b27ap.png

Частное числа https://ege.sdamgia.ru/formula/43/43ec517d68b6edd3015b3edc9a11367bp.pngи суммы его цифр равно https://ege.sdamgia.ru/formula/d3/d39aeb060e81b0fc04267ae08255938ap.pngЗначит, наибольшее натуральное значение частного двухзначного числа, не кратного https://ege.sdamgia.ru/formula/9c/9c6fcaac30192b0caed34f308abd6a91p.pngи суммы его цифр равно https://ege.sdamgia.ru/formula/d3/d39aeb060e81b0fc04267ae08255938ap.png

Ответ: а) да; б) да; в) 9.